



## Всероссийская олимпиада школьников по экономике

---

### Региональный этап

2022/2023 год

Конкурс: 10 класс

Второй тур. Задачи.

Продолжительность работы — 140 минут.

Максимальное количество баллов за задачи — 120.

Каждая задача оценивается из 30 баллов.

Если не сказано иного, считайте все единицы товаров, ресурсов и активов во всех задачах бесконечно делимыми. Количества фирм и людей могут быть только целыми.

Старайтесь излагать свои мысли четко, писать разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе.

Всякий раз четко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта а) можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссылаться на нее. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными.

Все утверждения в вашем решении должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все необщеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное.

Во время написания второго тура вы можете выходить из аудитории только в сопровождении представителя оргкомитета не более чем на несколько минут, при этом выносить из аудитории задания и бланки решений запрещается.

Удачи!

**Задание 5. Фирма «ЭПВВв»****(30 баллов)**

Фирма «ЭПВВв» производит параболические антенны. Производственная функция фирмы имеет вид

$$Q(L, K) = \min\{L^2, K\} = \begin{cases} L^2, & L^2 \leq K; \\ K, & L^2 > K, \end{cases}$$

где  $Q$  — количество антенн (в тыс. шт., целочисленностью антенн пренебрегаем),  $L$  — объем труда, а  $K$  — объем капитала. Фирма является совершенным конкурентом как на рынке труда, так и на рынке антенн, цена 1 тыс. шт. равна 1. В настоящий момент в собственности фирмы есть 4 единицы капитала. Если фирма безразлична между несколькими объемами труда, то она выберет наибольший из них.

а) (12 баллов) Допустим, фирма не может изменить количество имеющегося у нее капитала. Выведите функцию спроса фирмы на труд  $L_d(w)$ , показывающую, сколько единиц труда фирма наймет при каждом уровне зарплаты  $w > 0$ .

б) (13 баллов) У фирмы появляется возможность арендовать дополнительно 5 единиц капитала, заплатив за это в сумме величину  $S$ . Пусть  $S_{\max}(w)$  — максимальное значение  $S$ , которое будет готова заплатить фирма «ЭПВВв» за аренду 5 единиц капитала при каждом  $w > 0$ . Выведите функцию  $S_{\max}(w)$  и постройте ее график.

в) (5 баллов) Рассмотрите фразу «В данном случае функция  $S_{\max}(w)$  ...», и значит, труд и капитал являются ... в производстве». Заполните первый пропуск словом «убывает» или «возрастает», а второй пропуск словом «субститутами» или «комплементами». Обосновывать свой выбор не нужно, в данном пункте проверяется только ответ.

**Задание 6. Монополия — лекарство от внешнего эффекта** **(30 баллов)**

В некой стране рынок грузовых автомобильных перевозок является рынком совершенной конкуренции. Спрос описывается уравнением  $Q = 25 - P$ , предложение имеет вид  $P = 5$ . Перевозки сопровождаются вредными выбросами в атмосферу. Объем перевозок  $Q$  влечет ущерб для экологии в денежном эквиваленте  $aQ^2$ , где  $a > 0$  — параметр.

Государство задумалось о вмешательстве на данном рынке с целью увеличения общественного благосостояния. Министерство экономики подготовило список возможных мер, и среди них оказалась довольно неожиданная. Согласно расчетам министерства, общественное благосостояние увеличится, если принудительно объединить все фирмы, создав на этом рынке монополиста.

а) (17 баллов) Определите, какие значения может принимать параметр  $a$  в свете сказанного в предыдущем предложении.

б) (13 баллов) Определите значение параметра  $a$ , если объединение фирм приведет к росту общественного благосостояния до максимально возможного уровня.

Для справки. Величина общественного благосостояния при объеме  $Q$  равна сумме излишка потребителей (равного  $CS = 0,5Q^2$ ) и прибыли фирм за вычетом ущерба для экологии. Считайте, что постоянные издержки отсутствуют.

На следующей странице есть еще две задачи

**Задание 7. Ипотека от застройщика****(30 баллов)**

Иван может купить квартиру в новостройке стоимостью  $P$ , взяв ипотеку. У Ивана есть две опции:

1. Взять ипотеку в банке на срок  $T$  месяцев. В этом случае ставка процента составит  $100R$  процентов в месяц. При этом застройщик предоставит Ивану скидку на квартиру: вместо  $P$ , стоимость квартиры для Ивана составит  $(1 - d)P$ , где  $d$  — размер скидки.
2. Взять «ипотеку от застройщика» на срок  $T$  месяцев. В этом случае ставка процента составит  $100r$  процентов в месяц, где  $r < R$ . Однако скидку на квартиру Иван не получит, и ему придется брать кредит на всю сумму  $P$ .

В обоих случаях проценты начисляются раз в месяц по схеме сложных процентов, причем выплаты осуществляются так, что каждый месяц платеж Ивана одинаков. Этот платеж каждый месяц вычитается из суммы долга после начисления процентов. Например, если изначальная сумма долга равна  $S_0$ , платеж равен  $X$ , а ставка процента равна  $(100i)\%$ , то долг на конец первого месяца будет равен  $S_1 = (1 + i)S_0 - X$ , долг на конец второго будет равен  $S_2 = (1 + i)S_1 - X$ , и т.д. Платеж  $X$  подбирается так, чтобы в конце срока кредита долг Ивана был равен нулю.

Иван хочет, чтобы его ежемесячный платеж по ипотеке был как можно меньше. Определите, при каких значениях  $d$  ипотека от банка (опция 1) для Ивана строго предпочтительнее, чем ипотека от застройщика (опция 2). Ваш ответ должен зависеть только от параметров  $P, T, R, r$  (возможно, их части). При решении используйте обозначение  $S_t$  для суммы долга через  $t$  месяцев и  $X$  для платежа, как выше.

Для справки. Верно тождество  $b + bq + bq^2 + \dots + bq^n = \frac{b - bq^{n+1}}{1 - q}$ . Для получения полного балла, пожалуйста, примените эту формулу.

**Задание 8. Налог на добычу полезных ископаемых****(30 баллов)**

В России действует налог на добычу полезных ископаемых (НДПИ). В случае нефти он взимается как потоварный налог за каждую добытую тонну нефти, при этом ставка налога  $t$  зависит от мировой цены на нефть. В этой задаче мы рассмотрим модель, в рамках которой можно определить оптимальную ставку НДПИ в зависимости от мировой цены.

Предположим, что в некоей стране внутренний спрос на нефть описывается уравнением  $P = 90 - 3Q$ , а внутреннее предложение — уравнением  $P = 30 + Q$ . Страна может экспортировать на мировой рынок любое количество нефти по цене  $x \geq 0$ , но импортировать нефть не может. Государство вводит НДПИ на нефть как потоварный налог по ставке  $t \geq 0$ . Налог взимается с каждой добытой единицы нефти независимо от того, где она продана. Государство максимизирует сумму налоговых сборов. Если государство безразлично между двумя ставками налога, оно выбирает наименьшую из них.

Пусть  $t^*(x)$  — ставка налога, которую назначит государство в зависимости от  $x$ . Выведите функцию  $t^*(x)$  для всех  $x \geq 0$  и постройте ее график.